

Elektriciteit en magnetisme 2

Instructor: A.M. van den Berg

Nederlandse versie: zie pagina's 5-6

You don't have to use separate sheets for every question.

Write your name and S number on every sheet

There are **6 questions** with a total number of marks: 95

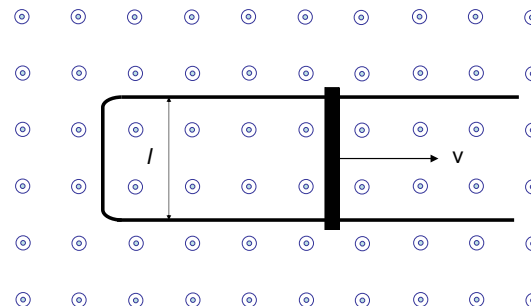
Your answers can be either in Dutch or in English

WRITE CLEARLY

(1) (Total 20 marks)

The figure displays a U-shaped conductor with zero resistance lying in the plane of the paper. The distance between the two legs of the U-shaped conductor is ℓ m. A uniform magnetic field with strength B points out of the paper over the whole area of the U-shaped conductor. A conducting rod with resistance R moves with constant speed v over the U-shaped conductor to the right.

- (a; 5 marks)
Calculate the induced electromotive force in the circuit consisting of the rod and the U-shaped conductor.
- (b; 5 marks)
Calculate the induced current and indicate the direction of this current; explain your answer.
- (c; 5 marks)
To keep the rod in movement over the U-shaped conductor with a constant velocity, an external force is needed. Calculate the corresponding external power.
- (d; 5 marks)
Calculate the dissipated electric power in the circuit.



(2) (Total 15 marks)

A capacitor consists of two parallel circular plates. Both plates are identical and have a diameter of 6.0 cm; they are separated from each other by a distance of 1 mm and the voltage across the plates changes at a rate of 100 V s^{-1} .

- (a; 5 marks)
Determine the rate at which the electric field changes between the two plates.
- (b; 5 marks)
Calculate the displacement current between the two plates.

- (c; 5 marks)

Calculate the induced magnetic field strength in a plane halfway between and parallel to the two plates at a radial distance of 1 cm from the center of the circular plates.

(3) (Total 10 marks)

- (a; 5 marks)

Suppose that magnetic monopoles exist. Rewrite the four equations of Maxwell in this case.

- (b; 5 marks)

Suppose that a magnetic monopole with charge q_m passes through a resistanceless loop of wire with self-inductance L . What current is induced in this loop?

(4) (Total 10 marks)

The current in a long solenoid with length ℓ and with radius R varies as $I(t) = I_0 \sin(\omega t)$. The total number of turns for this solenoid is equal to N .

- (a; 5 marks)

Use Faraday's law to find the induced electric field as a function of r inside the solenoid, where r is the distance from the axis of the solenoid ($r < R$).

- (b; 5 marks)

Do the same for the region $r > R$.

(5) (Total 30 marks)

Consider the electric and the magnetic strengths, \vec{E} and \vec{B} in system S . The transformations of these fields to an inertial frame S' which has a relative velocity v with respect to system S and which moves in the x -direction is given as:

$$E'_x = E_x \quad E'_y = \gamma(E_y - vB_z) \quad E'_z = \gamma(E_z + vB_y) \quad (\text{I})$$

$$B'_x = B_x \quad B'_y = \gamma(B_y + \frac{v}{c^2}E_z) \quad B'_z = \gamma(B_z - \frac{v}{c^2}E_y) \quad (\text{II})$$

- (a; 5 marks)

Use the transformation of a parallel plate capacitor with charge density σ to explain that $E'_x = E_x$

- (b; 5 marks)

Use the transformation of a solenoid with current I to explain that $B'_x = B_x$

- (c; 5 marks)

Proof that the scalar product $\vec{E} \circ \vec{B}$ is invariant under Lorentz transformations.

Albert Einstein knew the equations of Maxwell, which are used to describe an electromagnetic wave. Consider an electromagnetic wave which travels in the $+x$ direction. The electric field vector has the following components: $\vec{E} = (0, E_0, 0)$. The magnetic field vector for this wave has the components $\vec{B} = (0, 0, \frac{1}{c}E_0)$.

- (d; 5 marks)

Use the equations of Maxwell to proof that these vectors \vec{E} and \vec{B} are the proper vectors for an electromagnetic wave.

- (e; 5 marks)

What is the direction of the polarization vector for this electromagnetic wave?

Albert Einstein wondered at age 16 what the fields E and B are if you would travel together with the wave. Thus making a Lorentz transformation between two systems which have a relative velocity c in Equations (I) and (II). He deduced at age 26 (10 years after he posed his original question) these six equations.

- (f; 5 marks)

If you use the six equations for the wave $\vec{E} = (0, E_0, 0)$ and $\vec{B} = (0, 0, \frac{1}{c}E_0)$, what do you find for \vec{E} and \vec{B} if you travel with the wave?

(6) (Total 10 marks)

- (a; 5 marks)

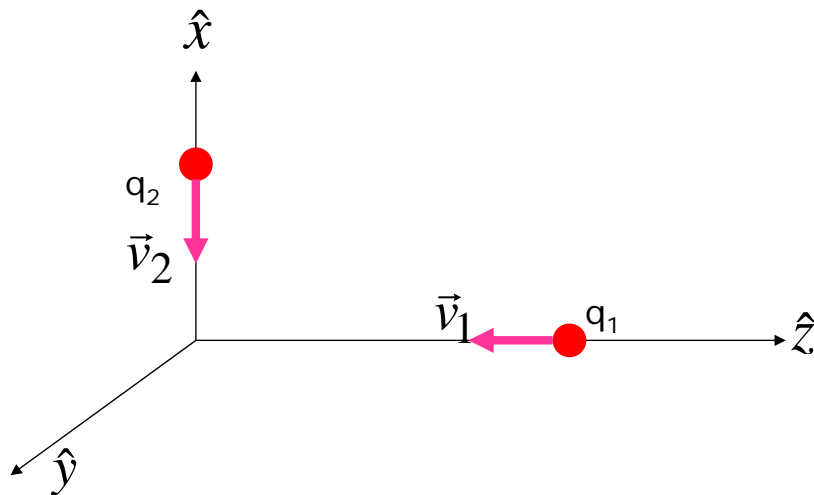
Consider two identical point charges q_1 and q_2 which only interact through electromagnetic forces. Each of these charges are forced to move along a principle axis in the direction of the origin as indicated in the figure: q_1 along the z -axis, q_2 along the x -axis; see the figure.

Does Newtons third law apply (action = - reaction) for these charges?

- Yes, but only for electric forces;
- Yes, but only for magnetic forces;
- Yes, for both forces;
- No for none of these forces.

- (b; 5 marks)

Explain your choice.



Elektriciteit en magnetisme 2

Instructor: A.M. van den Berg

Het is niet noodzakelijk iedere vraag op een apart vel te maken.

Plaats op ieder vel je **naam en S-nummer**

Er zijn **6 vragen** met een totaal aantal punten: 95

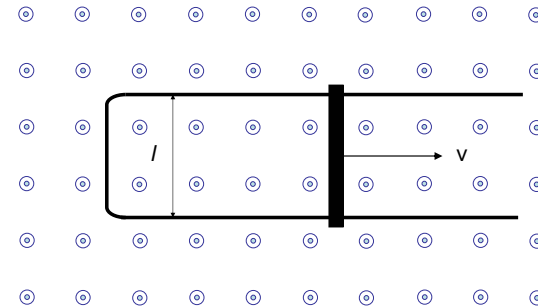
Antwoorden mogen gegeven worden in het Nederlands of in het Engels

SCHRIJF DUIDELIJK

(1) (Totaal 20 punten)

In de figuur is een U-vormige geleider zonder elektrische weerstand afgebeeld in het vlak van het papier. De afstand tussen de twee poten van de U-vormige geleider is ℓ m. Een uniform magneetveld met sterkte B komt uit het papier over het gehele gebied waarin de U-vormige geleider ligt. Een geleidende staaf met weerstand R beweegt met een constante snelheid v over de U-vormige geleider naar rechts.

- (a; 5 punten)
Bereken de geïnduceerde elektromotorische kracht in het circuit, dat bestaat uit de staaf en de U-vormige geleider.
- (b; 5 punten)
Bereken de geïnduceerde stroom en geef de richting aan waarin deze stroom loopt.
- (c; 5 punten)
Om de staaf in beweging te houden met een constante snelheid in zijn pad over de U-vormige geleider is een externe kracht noodzakelijk. Bereken het bijbehorende externe vermogen.
- (d; 5 punten)
Bereken het gedissipeerde elektrische vermogen in het circuit.



(2) (Totaal 15 punten)

Een condensator bestaat uit twee vlakke, parallelle cirkel-vormige platen. Deze platen zijn identiek en hebben een diameter van 6 cm; hun onderlinge afstand is 1 mm en de spanning over deze platen verandert met een tempo van 100 V s^{-1} .

- (a; 5 punten)
Bepaal het tempo waarin de elektrische veldsterkte tussen deze twee platen verandert.
- (b; 5 punten)
Bereken de verplaatsingsstroom tussen deze twee platen.

- (c; 5 punten)

Bereken het geïnduceerde magnetische veld in een vlak halverwege tussen en parallel aan de beide platen op een radiële afstand van 1 cm tot het centrum van de cirkelvormige platen.

- (3) (Totaal 10 punten)

- (a; 5 punten)

Veronderstel dat magnetische monopolen bestaan. Herschrijf de vier wetten van Maxwell in dat geval.

- (b; 5 punten)

Veronderstel dat een magnetische monopool met lading q_m door een draadlus gaat, die geen elektrische weerstand heeft, maar wel een zelf-inductie L . Hoe groot is de stroom door deze draadlus?

- (4) (Totaal 10 punten)

De stroom in een lange solenoïde met een lengte ℓ en een straal R verandert als $I(t) = I_0 \sin(\omega t)$. Het totaal aantal windingen van deze solenoïde is gelijk aan N .

- (a; 5 punten)

Gebruik de wet van Faraday om het geïnduceerde elektrische veld te vinden als functie van r binnen de solenoïde, dus waar $r < R$.

- (b; 5 punten)

Doe hetzelfde voor het gebied $r > R$.

- (5) (Totaal 30 punten)

Veronderstel de elektrische en magnetische veldsterkten \vec{E} en \vec{B} in systeem S . De transformaties van deze velden naar een inertiaal stelsel S' dat een relatieve snelheid v heeft ten opzichte van stelsel S en dat beweegt in de x -richting is gegeven als:

$$E'_x = E_x \quad E'_y = \gamma(E_y - vB_z) \quad E'_z = \gamma(E_z + vB_y) \quad (\text{I})$$

$$B'_x = B_x \quad B'_y = \gamma(B_y + \frac{v}{c^2}E_z) \quad B'_z = \gamma(B_z - \frac{v}{c^2}E_y) \quad (\text{II})$$

- (a; 5 punten)

Gebruik de transformatie van een parallelle plaat condensator met ladingsdichtheid σ om te verklaren dat $E'_x = E_x$

- (b; 5 punten)

Gebruik de transformatie van een solenoïde met stroom I om te verklaren dat $B'_x = B_x$

- (c; 5 punten)

Bewijs dat het scalaire product $\vec{E} \circ \vec{B}$ invariant is onder Lorentz transformaties.

Albert Einstein kende de wetten van Maxwell, die gebruikt worden om een elektromagnetische golf te beschrijven. Veronderstel een elektromagnetische golf die zich verplaatst in de $+x$ richting. De elektrische veld vector heeft de volgende componenten: $\vec{E} = (0, E_0, 0)$. De magnetische veld vector voor deze golf heeft de componenten $\vec{B} = (0, 0, \frac{1}{c}E_0)$.

- (d; 5 punten)

Gebruik de vergelijkingen van Maxwell om te bewijzen dat deze vectoren \vec{E} en \vec{B} de juiste vectoren zijn voor deze elektromagnetische golf.

- (e; 5 punten)

Wat is de richting van de polarisatie vector van deze elektromagnetische golf?

Albert Einstein vroeg zich op de leeftijd van 16 af wat de velden E en B zouden zijn wanneer je reist in het stelsel van de elektromagnetische golf. Dus door een Lorentz transformatie te maken tussen twee systemen met een onderlinge snelheid c in Vergelijkingen (I) en (II). Hij leidde op de 26-jarige leeftijd (10 jaar nadat hij zichzelf deze vraag had gesteld) deze zes vergelijkingen af.

- (f; 5 punten)

Als je deze zes vergelijkingen gebruikt voor de elektromagnetische golf $\vec{E} = (0, E_0, 0)$ en $\vec{B} = (0, 0, \frac{1}{c}E_0)$, wat vind je dan voor de vectoren \vec{E} en \vec{B} wanneer je met de golf meereist?

(6) (Totaal 10 punten)

- (a; 5 punten)

Veronderstel twee identieke punt ladingen q_1 en q_2 die alleen via elektromagnetische krachten wisselwerken. Ieder van deze ladingen wordt gedwongen zich te verplaatsen over een hoofdas in de richting van de oorsprong, zoals aangegeven in de figuur: q_1 langs de z -as, q_2 langs de x -as.

Is de derde wet van Newton (actie = - reactie) geldig voor deze ladingen?

- Ja, maar slechts voor elektrische krachten;
- Ja, maar slechts voor magnetische krachten;
- Ja, voor beide krachten;
- Nee voor geen van beide krachten.

- (b; 5 punten)

Verklaar je keuze.

